

1er. Parcial de Matemáticas VII. Bloque C (1:30 PM)

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a, \omega \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$
$u'_{\text{gen}}(x)$	$zU(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	z^k
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\sin(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\cos(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\sinh(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$H(x)\cosh(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$

1. (10 ptos.) Considere la función $f(x) = x \cdot 1_{[0,1]}(x)$
 - (a) Grafique $f(x)$
 - (b) Calcule la transformada de Laplace de f .
 - (c) Halle $u(x)$ tal que $(u * f)(x) = \delta''(x+1)$.

2. (20 ptos.) Resuelva el siguiente problema de valores iniciales, reduciendo a funciones causales:

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = 2 \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 2 \end{cases}$$

3. (10 ptos.) Halle constantes α , β y γ tales que $\tan(x) \cdot \delta''_{\frac{\pi}{4}}(x) = a \cdot \delta_{\frac{\pi}{4}} + b \cdot \delta'_{\frac{\pi}{4}} + c \cdot \delta''_{\frac{\pi}{4}}$
4. (10 ptos.) Halle el propagador causal del operador diferencial $L = D^2 + (a+b)D + abI$, donde a y b son constantes tales que $a > b > 0$.

¡Justifique todas sus respuestas!